第 32 講　微分法(1)

例題 32 － 1

関数 $f(x)=3x^2-2$ について，次の問いに答えよ．

(1)　x が -1 から 5 まで変化するときの平均変化率を求めよ．

(2)　x が 2 から $2+h$ （$h\neq0$）まで変化するときの平均変化率を求めよ．

(3)　$x=2$ における微分係数を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 32 ー 1

関数 $f(x)=3x^2-2x+1$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$x=-4$ から $x=2$ まで変化するときの平均変化率を求めよ．

(2)　$x=-1$ における微分係数を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 32 － 2

次の関数を微分せよ．また $x=1$ における微分係数をそれぞれ求めよ．

(1)　$y=3x^2+6x-5$　　(2)　$y=2x^3-4x^2-6$

(3)　$y=2x^4-3x^2+7x-9$　　(4)　$y=-2$

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 32 ー 2

次の関数を微分せよ．また $x=-1$ における微分係数をそれぞれ求めよ．

(1)　$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+3x+2$　(2)　$f(x)=x^3+5x^2+2x-1$　(3)　$f(x)=-3x^4+4x^2+3$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 32 − 3

(1)　曲線 $y=x^2-3x+2$ の点 $(3,\ 2)$ における接線の方程式を求めよ．

(2)　曲線 $y=-x^3+x+1$ に接し，傾きが -2 である直線の方程式を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 32 ー 3

⑴　曲線 $y=-2x^2+5x$ の点 $(3,\ -3)$ における接線の方程式を求めよ．

⑵　曲線 $y=x^3-2x^2+2$ と直線 $y=-x+k$ が接するとき，k の値を求めよ．

例題 32 − 4

(1)　関数 $y=x^2-3x+6$ のグラフの接線で，点 $(1,\ 0)$ を通るものの方程式を求めよ．

(2)　点 $(-2,\ 2)$ から曲線 $y=\dfrac{1}{3}x^3-x$ に引いた接線の方程式を求めよ．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 32 ー 4

(1)　点 $(1,\ 1)$ から関数 $y=-x^2+x$ のグラフに引いた接線の方程式を求めよ.

(2)　関数 $y=x^3-3x^2+5$ の接線で，点 $(-1,\ 9)$ を通るものの方程式を求めよ.

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 32 講　微分法(1)

(1)　関数 $f(x)=-3x^2+6x-5$ について，$f'(x)=-$ ア $x+$ イ である．また $f'(1)=$ ウ である．

(2)　曲線 $y=-x^3+5x$ 上の点 $(1,\ 4)$ における接線の方程式は　$y=$ エ $x+$ オ である．

(3)　関数 $f(x)=x^3-3x^2-1$ のグラフ上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=($ カ t^2- キ $t)x-$ ク t^3+ ケ t^2-1

である．よって，この関数のグラフの接線のうち，点 $(0,\ 0)$ を通るものの方程式は

$y=-$ コ x，$y=\dfrac{\text{サシ}}{4}x$ である．

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 32 講　微分法(1)

例題 32 − 1

関数 $f(x)=3x^2-2$ について，次の問いに答えよ.

(1)　x が -1 から 5 まで変化するときの平均変化率を求めよ.

(2)　x が 2 から $2+h$ （$h\neq0$）まで変化するときの平均変化率を求めよ.

(3)　$x=2$ における微分係数を求めよ.

(1)　$\dfrac{f(5)-f(-1)}{5-(-1)}=\dfrac{3\cdot5^2-2-\{3\cdot(-1)^2-2\}}{6}=\dfrac{72}{6}=\mathbf{12}$

(2)　$\dfrac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}=\dfrac{\{3(2+h)^2-2\}-(3\cdot2^2-2)}{h}=\dfrac{3h^2+12h}{h}=\boldsymbol{3h+12}$

(3)　$f'(2)=\lim_{h\to0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{(2+h)-2}=\lim_{h\to0}(3h+12)=\mathbf{12}$

類題 32 − 1

関数 $f(x)=3x^2-2x+1$ について，次の問いに答えよ.

(1)　$x=-4$ から $x=2$ まで変化するときの平均変化率を求めよ.

(2)　$x=-1$ における微分係数を求めよ.

(1)　$\dfrac{f(2)-f(-4)}{2-(-4)}=\dfrac{(12-4+1)-(48+8+1)}{6}=\dfrac{-48}{6}=\mathbf{-8}$

(2)　$f'(-1)=\lim_{h\to0}\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{(-1+h)-(-1)}$

$=\lim_{h\to0}\dfrac{\{3(-1+h)^2-2(-1+h)+1\}-(3+2+1)}{h}$

$=\lim_{h\to0}\dfrac{3h^2-8h}{h}=\lim_{h\to0}(3h-8)=\mathbf{-8}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 32 ー 2

次の関数を微分せよ．また $x=1$ における微分係数をそれぞれ求めよ．

(1)　$y=3x^2+6x-5$　　(2)　$y=2x^3-4x^2-6$

(3)　$y=2x^4-3x^2+7x-9$　　(4)　$y=-2$

(1)　$y=3x^2+6x-5$ のとき　$\boldsymbol{y'=6x+6}$

　また，$x=1$ における微分係数は　$6\cdot1+6=\mathbf{12}$

(2)　$f(x)=2x^3-4x^2-6$　とおくと　$\boldsymbol{f'(x)=6x^2-8x}$

　　$f'(1)=6\cdot1^2-8\cdot1=\mathbf{-2}$

(3)　$f(x)=2x^4-3x^2+7x-9$　とおくと　$\boldsymbol{f'(x)=8x^3-6x+7}$

　　$f'(1)=8\cdot1^3-6\cdot1+7=\mathbf{9}$

(4)　$f(x)=-2$　とおくと　$f'(x)=0$

　　$f'(1)=\mathbf{0}$

類題 32 ー 2

次の関数を微分せよ．また $x=-1$ における微分係数をそれぞれ求めよ．

(1)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+2$　　(2)　$f(x)=x^3+5x^2+2x-1$　　(3)　$f(x)=-3x^4+4x^2+3$

(1)　$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x+2$ より　$\boldsymbol{f'(x)=-x+3}$

　　$f'(-1)=-(-1)+3=\mathbf{4}$

(2)　$f(x)=x^3+5x^2+2x-1$ より　$\boldsymbol{f'(x)=3x^2+10x+2}$

　　$f'(-1)=3\cdot(-1)^2+10\cdot(-1)+2=\mathbf{-5}$

(3)　$f(x)=-3x^4+4x^2+3$ より　$\boldsymbol{f'(x)=-12x^3+8x}$

　　$f'(-1)=-12\cdot(-1)+8\cdot(-1)=\mathbf{4}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 32 ー 3

(1)　曲線 $y=x^2-3x+2$ の点 $(3,\ 2)$ における接線の方程式を求めよ.

(2)　曲線 $y=-x^3+x+1$ に接し，傾きが -2 である直線の方程式を求めよ.

(1)　$f(x)=x^2-3x+2$ とおくと　$f'(x)=2x-3$

点 $(3,\ 2)$ における接線の傾きは　$f'(3)=3$

よって求める接線の方程式は　$y=3(x-3)+2$

つまり　$\boldsymbol{y=3x-7}$

(2)　$f(x)=-x^3+x+1$ とおくと　$f'(x)=-3x^2+1$

$f'(x)=-2$　より　$-3x^2+1=-2$　　$x^2=1$　　よって　$x=\pm 1$

接点は $(1,\ 1)$ と $(-1,\ 1)$

$x=1$ の点における接線の方程式は $y=-2(x-1)+1$　つまり　$\boldsymbol{y=-2x+3}$

$x=-1$ の点における接線の方程式は $y=-2(x+1)+1$　つまり　$\boldsymbol{y=-2x-1}$

類題 32 ー 3

(1)　曲線 $y=-2x^2+5x$ の点 $(3,\ -3)$ における接線の方程式を求めよ.

(2)　曲線 $y=x^3-2x^2+2$ と直線 $y=-x+k$ が接するとき，k の値を求めよ.

(1)　$f(x)=-2x^2+5x$ とおくと　$f'(x)=-4x+5$

点 $(3,\ -3)$ における接線の傾きは　$f'(3)=-7$

よって求める接線の方程式は　$y=-7(x-3)-3$　つまり　$\boldsymbol{y=-7x+18}$

(2)　$f(x)=x^3-2x^2+2$ とおくと　$f'(x)=3x^2-4x$

$f'(x)=-1$　より　$3x^2-4x=-1$　　$3x^2-4x+1=0$

$(3x-1)(x-1)=0$　　よって　$x=\dfrac{1}{3},\ 1$

$x=\dfrac{1}{3}$ の点における y の値は　$f\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{49}{27}$

よって接線の方程式は　$y=-\left(x-\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{49}{27}$　つまり　$y=-x+\dfrac{58}{27}$

$x=1$ の点における y の値は　$f(1)=1$

よって接線の方程式は　$y=-(x-1)+1$　つまり　$y=-x+2$

よって　$\boldsymbol{k=\dfrac{58}{27},\ 2}$

例題 32 － 4

(1)　関数 $y=x^2-3x+6$ のグラフの接線で，点 $(1,\ 0)$ を通るものの方程式を求めよ．

(2)　点 $(-2,\ 2)$ から曲線 $y=\dfrac{1}{3}x^3-x$ に引いた接線の方程式を求めよ．

(1)　$f(x)=x^2-3x+6$ とおくと，$f'(x)=2x-3$

$y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=(2t-3)(x-t)+t^2-3t+6$

つまり　$y=(2t-3)x-t^2+6$　……①

この接線が $(1,\ 0)$ を通るとき

$0=(2t-3)\cdot 1-t^2+6$

$t^2-2t-3=0$

$(t-3)(t+1)=0$　　よって　$t=3,\ -1$

したがって求める接線の方程式は，①より

$t=3$ のとき　$\boldsymbol{y=3x-3}$

$t=-1$ のとき　$\boldsymbol{y=-5x+5}$

(2)　$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-x$ とおくと　$f'(x)=x^2-1$

$y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=(t^2-1)(x-t)+\dfrac{1}{3}t^3-t$

つまり　$y=(t^2-1)x-\dfrac{2}{3}t^3$　……①

この接線が $(-2,\ 2)$ を通るとき

$2=(t^2-1)\cdot(-2)-\dfrac{2}{3}t^3$

$t^3+3t^2=0$

$t^2(t+3)=0$　　よって　$t=0,\ -3$

したがって求める接線の方程式は，①より

$t=0$ のとき　$\boldsymbol{y=-x}$

$t=-3$ のとき　$\boldsymbol{y=8x+18}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 32 ー 4

(1)　点 $(1,\ 1)$ から関数 $y=-x^2+x$ のグラフに引いた接線の方程式を求めよ．

(2)　関数 $y=x^3-3x^2+5$ の接線で，点 $(-1,\ 9)$ を通るものの方程式を求めよ．

(1)　$f(x)=-x^2+x$ とおくと，$f'(x)=-2x+1$

$y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=(-2t+1)(x-t)-t^2+t$

つまり　$y=(-2t+1)x+t^2$　……①

この接線が $(1,\ 1)$ を通るとき

$1=(-2t+1)\cdot 1+t^2$

$t^2-2t=0$

$t(t-2)=0$　　よって　$t=0,\ 2$

したがって求める接線の方程式は，①より

$t=0$ のとき　$\boldsymbol{y=x}$

$t=2$ のとき　$\boldsymbol{y=-3x+4}$

(2)　$f(x)=x^3-3x^2+5$ とおくと，$f'(x)=3x^2-6x$

$y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=(3t^2-6t)(x-t)+t^3-3t^2+5$

つまり　$y=(3t^2-6t)x-2t^3+3t^2+5$　……①

この接線が $(-1,\ 9)$ を通るとき

$9=(3t^2-6t)\cdot(-1)-2t^3+3t^2+5$

$t^3-3t+2=0$

$(t-1)(t^2+t-2)=0$

$(t-1)^2(t+2)=0$　　よって　$t=1,\ -2$

したがって求める接線の方程式は，①より

$t=1$ のとき　$\boldsymbol{y=-3x+6}$

$t=-2$ のとき　$\boldsymbol{y=24x+33}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 32 講　微分法(1)

(1)　関数 $f(x)=-3x^2+6x-5$ について，$f'(x)=-$ ア $x+$ イ である．また $f'(1)=$ ウ である．

(2)　曲線 $y=-x^3+5x$ 上の点 $(1,\ 4)$ における接線の方程式は　$y=$ エ $x+$ オ である．

(3)　関数 $f(x)=x^3-3x^2-1$ のグラフ上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=($ カ t^2- キ $t)x-$ ク t^3+ ケ t^2-1

である．よって，この関数のグラフの接線のうち，点 $(0,\ 0)$ を通るものの方程式は

$y=-$ コ x，$y=\dfrac{\text{サシ}}{4}x$ である．

解答例

(1)　$f(x)=-3x^2+6x-5$　より　$f'(x)=-\mathbf{6}x+\mathbf{6}$

$f'(1)=-6\cdot1+6=\mathbf{0}$

(2)　$f(x)=-x^3+5x$　とおくと　$f'(x)=-3x^2+5$

点 $(1,\ 4)$ における接線の傾きは　$f'(1)=2$

よって求める接線の方程式は　$y=2(x-1)+4$　　つまり　$y=\mathbf{2}x+\mathbf{2}$

(3)　$f(x)=x^3-3x^2-1$　より　$f'(x)=3x^2-6x$

$y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は

$y=(3t^2-6t)(x-t)+t^3-3t^2-1$

つまり　$y=(\mathbf{3}t^2-\mathbf{6}t)x-\mathbf{2}t^3+\mathbf{3}t^2-1$　……①

これが　点 $(0,\ 0)$ を通るとき　　$0=(3t^2-6t)\cdot0-2t^3+3t^2-1$

$2t^3-3t^2+1=0$

$(t-1)(2t^2-t-1)=0$

$(t-1)^2(2t+1)=0$　　よって　$t=1,\ -\dfrac{1}{2}$

したがって求める接線の方程式は，①より

$t=1$ のとき　　$y=-\mathbf{3}x$

$t=-\dfrac{1}{2}$ のとき　　$y=\dfrac{\mathbf{15}}{4}x$